

LOGIQUE – MATHÉMATIQUE – LINGUISTIQUE : Définitions utiles

Axiome : En mathématiques, le mot désignait une proposition qui est évidente en soi dans la tradition mathématique des Éléments d'Euclide. L'axiome est utilisé désormais, en logique mathématique, pour désigner une vérité première, à l'intérieur d'une théorie.

- Dans la logique aristotélicienne, point de départ d'un raisonnement considéré comme non démontrable, évident.
- Énoncé initial d'une théorie axiomatisée, qui sert de point de départ aux démonstrations dans cette théorie.
- Énoncé indiscuté, admis comme base d'une construction intellectuelle, sociale, morale, etc. ; vérité admise par tous sans discussion.

Dédution – Induction : La déduction logique se fonde sur des axiomes ou des définitions, et ne produit que des résultats tautologiques, c'est-à-dire déjà inscrits dans les prémisses, des conséquences de la loi. La valeur de ces résultats est bien entendu fonction de la rigueur avec laquelle ils ont été obtenus, contrairement à l'induction qui en revanche génère du sens en passant des faits à la loi, du particulier au général.

En ce sens, la déduction logique ne produisant aucune nouvelle connaissance, au sens où les propositions déduites sont virtuellement contenues dans leurs axiomes, elle est par conséquent analytique ; au contraire, l'induction enrichit la conscience de nouveaux faits : elle est alors synthétique.

Fondamentaux : principes, idées constituant le fondement et l'essence d'une science, d'une doctrine, d'un art, etc.

Postulat. Proposition que l'on demande d'admettre avant un raisonnement, que l'on ne peut démontrer et qui ne saurait être mise en doute. Principe de base, qui ne peut être mis en discussion.

> En géométrie classique : Proposition que l'on demande d'admettre comme principe d'une démonstration, bien qu'elle ne soit ni évidente ni démontrée. Cette propriété, quoique non démontrée, doit être considérée comme vraie, car les conséquences qu'on peut en tirer sont conformes aux résultats que fournissent l'expérience et l'observation. C'est donc un postulat. Il s'énonce. Par exemple, le postulat d'Euclide : Par un point on ne peut mener qu'une parallèle à une droite donnée.

> En mathématiques et logique : Proposition faisant partie de l'axiomatique formulée au départ d'un système hypothético-déductif (= axiome). Arbitraire à certains égards, le choix des postulats qu'on met à la base d'une axiomatique n'est pas pour cela laissé au hasard : il demeure assujéti à des exigences internes plus ou moins impérieuses.

On ne distingue plus de nos jours axiome et postulat. Le mot postulat est de moins en employé.

> En sciences : Principe non démontré que l'on accepte et que l'on formule à la base d'une recherche ou d'une théorie. Harris part du postulat que l'utilisation de méthodes strictement linguistiques peut donner une réponse adéquate aux problèmes posés par la recherche documentaire.

> En philosophie : Proposition qui n'est pas évidente par elle-même, mais qu'on est conduit à recevoir parce qu'on ne voit pas d'autre principe auquel on puisse rattacher soit une vérité qu'on ne saurait mettre en doute, soit une opération ou un acte dont la légitimité n'est pas contestée. Postulats de la pensée empirique, de la raison pratique (Kant).

> Par extension : Représentation qui est admise de façon implicite et sur laquelle se fonde un système de pensée. La conscience comme objet d'étude offre cette particularité de ne pouvoir être analysée, même naïvement, sans entraîner au-delà des postulats du sens commun.

Substrat : En linguistique, un substrat est une langue qui en influence une autre tout en étant supplantée par cette dernière.

Système : Ensemble organisé de principes coordonnés de façon à former un tout scientifique ou un corps de doctrine : système philosophique. Ensemble d'éléments considérés dans leurs relations à l'intérieur d'un tout fonctionnant de manière unitaire.

Un système est un ensemble d'éléments interagissant entre eux selon certains principes ou règles. Un système est déterminé par :

- la nature de ses éléments constitutifs ;
- les interactions entre ces derniers ;
- sa frontière, c'est-à-dire le critère d'appartenance au système (déterminant si une entité appartient au système ou fait au contraire partie de son environnement) ;
- ses interactions avec son environnement.

Un sous-système ou module est un système participant à un système de rang supérieur.

Un système peut être ouvert, fermé, ou isolé selon son degré d'interaction avec son environnement.

En grec ancien, *sustēma* signifie « organisation, ensemble », terme dérivé du verbe συνίστημι *sunistēmi* (de σύν ἵστημι *sun histēmi* : « établir avec »), qui signifie « mettre en rapport, instituer, établir ».

Théorème : un théorème est une affirmation (mathématique) qui peut être démontrée, c'est-à-dire une assertion qui peut être établie comme vraie au travers d'un raisonnement logique construit à partir d'axiomes. Proposition qui peut être démontrée par un raisonnement logique à partir de faits donnés ou d'hypothèses justifiables. Énoncé reposant sur une démonstration rigoureuse. Un théorème est à distinguer d'une théorie.

Un théorème a généralement :

- des hypothèses de base, c'est-à-dire des conditions qui peuvent être énumérées dans le théorème ou décrites d'avance ;
- une conclusion, c'est-à-dire une affirmation mathématique qui est vraie sous les conditions de base.

La démonstration, bien que nécessaire à la classification de la proposition comme « théorème », n'est pas considérée comme faisant partie du théorème.

Autre définition possible d'un théorème : « un énoncé dont on peut démontrer l'exactitude. »

La démonstration comprend :

- des axiomes ;
- les hypothèses du théorème ;
- d'autres théorèmes déjà démontrés.

Chaque étape de la preuve est liée aux précédentes par des règles d'inférence logiques.

Au sens large toute assertion effectivement démontrée peut prendre le nom de théorème.

Dans les ouvrages de mathématiques, il est cependant d'usage de réserver ce terme aux affirmations considérées comme nouvelles ou particulièrement intéressantes ou importantes. Selon leur importance, ou leur utilité, les autres assertions peuvent prendre des noms différents :

- lemme : assertion servant d'intermédiaire pour démontrer un théorème plus important ;
- corollaire : résultat qui découle directement d'un théorème prouvé ; on trouve aussi, dans les ouvrages anciens, le terme scholie.
- proposition : résultat relativement simple qui n'est pas associé avec un théorème particulier ;
- remarque : résultat intéressant ou conséquence qui peut faire partie de la preuve ou d'une autre affirmation ;
- conjecture : proposition mathématique dont on ignore la valeur de vérité. Une fois prouvée, une conjecture devient un théorème.

Comme énoncé ci-dessus, un théorème exige un raisonnement logique basé sur des axiomes. Cela consiste en une série d'axiomes fondamentaux (voir système d'axiomes) et un procédé d'inférence qui permet de dériver les axiomes en de nouveaux théorèmes et d'autres théorèmes démontrés auparavant. Dans la logique des propositions, n'importe quelle affirmation démontrée est appelée un théorème.

Théorie : Ensemble organisé de principes, de règles, de lois scientifiques visant à décrire et à expliquer un ensemble de faits : La théorie de la relativité. Ensemble relativement organisé d'idées, de concepts se rapportant à un domaine déterminé : Une théorie littéraire.

Ensemble de notions, d'idées, de concepts abstraits appliqués à un domaine particulier.

Bâtir, concevoir, élaborer une théorie; exposer une théorie sur ; faire la théorie de ; théories artistiques, littéraires; théorie économique; mettre une théorie en pratique.

Ensemble de notions, de connaissances abstraites organisées en système (avec une finalité didactique).

Construction intellectuelle, hypothétique et synthétique, organisée en système et vérifiée par un protocole expérimental; ensemble de lois formant un système cohérent et servant de base à une science, ou rendant compte de certains faits.