Comment calculer les probabilités

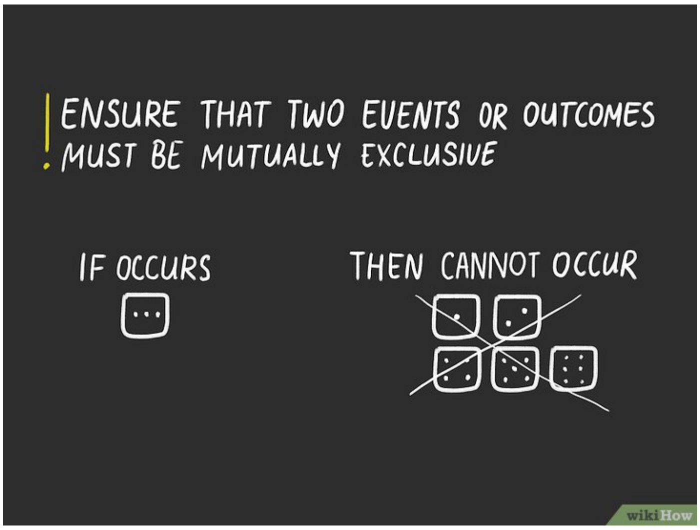
Coauteur.e : [l'équipe de wikiHow]

En mathématiques, calculer la probabilité d'un évènement est le fait d'évaluer les chances que cet évènement se réalise dans un contexte défini à l'avance. Une probabilité s'évalue en rapportant les chances qu'un ou plusieurs évènements se produisent au nombre de résultats possibles. Pour ce qui est du calcul de la probabilité de plusieurs évènements successifs ou simultanés, il faut en passer par les probabilités séparées de chacun des évènements, puis par leur multiplication.

Méthode 1

Calculer la probabilité d'un évènement aléatoire simple

1.



1

Choisissez des évènements mutuellement exclusifs. Deux évènements A et B sont dits « exclusifs » si, lorsque A se produit, B ne se produit pas ou l'inverse. Un évènement et son opposé ne peuvent se produire en même temps. Obtenir un 5 en lançant un dé à jouer ou parier sur un cheval donné sont autant d'exemples d'évènements mutuellement exclusifs. Aux dés, soit le 5 sort soit il ne sort pas : il n'y a pas d'autre possibilité. C'est la même chose sur un hippodrome : soit votre cheval gagne soit il perd.

Exemple : il est impossible, c'est même un non-sens, de calculer la probabilité de l'évènement suivant : obtenir avec un dé à la fois un 5 et un 6 en ne faisant qu'un seul lancer.

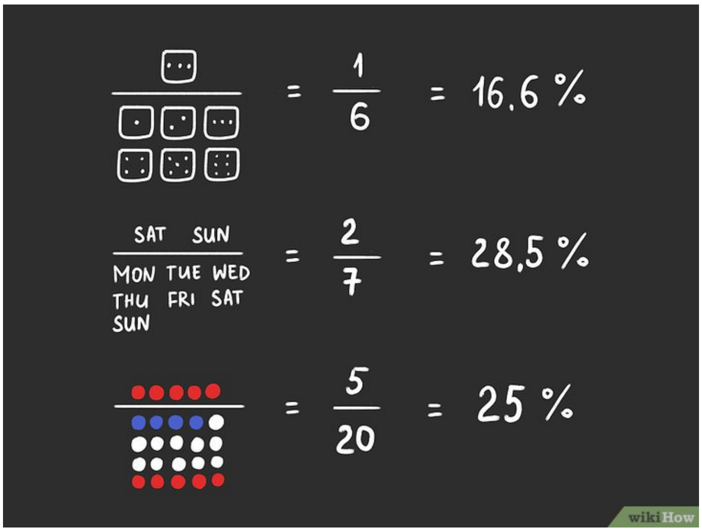
2.

2

Définissez les évènements et les résultats possibles. Supposons que vous vouliez connaitre la probabilité d'obtenir un 3 avec un dé à six faces traditionnel. « Obtenir un 3 » est l'évènement et comme il y a 6 faces sur un dé équilibré, le nombre de résultats (ou d'issues) possibles est 6. En conséquence, il y a ici, pour un seul lancer, 6 issues et une seule possibilité que l'évènement se produise. Prenons deux autres exemples pour mieux comprendre.

- **1er exemple** : *quelle est la probabilité de choisir au hasard parmi tous les jours de la semaine un jour du weekend ?* « Choisir un jour du weekend » est l'évènement et le nombre d'issues possibles est le nombre de jours dans une semaine, soit 7.
- **2e exemple** : *un bocal contient 4 billes bleues, 5 billes rouges et 11 billes blanches. Une bille étant tirée au hasard, quelle est la probabilité pour que ce soit une rouge ?* « Tirer une bille rouge » est l'évènement et le nombre d'issues possibles est le nombre de billes dans le bocal, soit 20.

3.

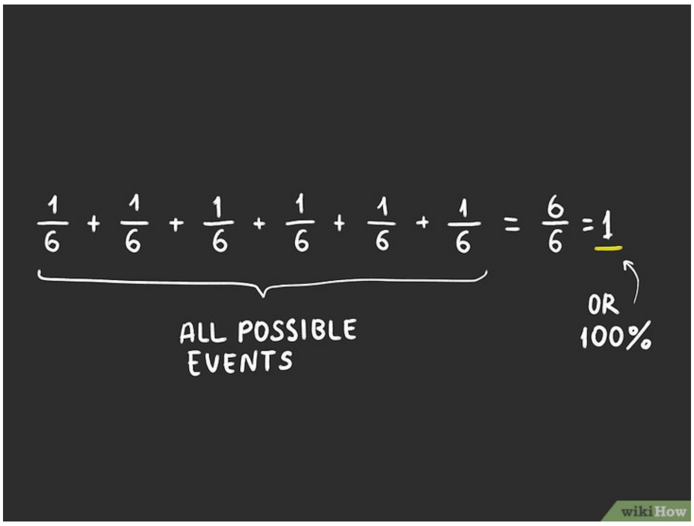


3

Divisez le nombre d'évènements par le nombre d'issues possibles. Cela vous donnera la probabilité qu'a un évènement élémentaire de se produire. Si vous cherchez à connaitre la probabilité de sortir un 3 avec un dé à six faces, le nombre d'évènements est de 1, car il n'y a qu'une seule face du dé qui figure le 3 et le nombre d'issues est de 6, pour les 6 faces du dé. Ce rapport de 1 à 6 peut s'écrire : 1 ÷ 6, 1/6, 0,166 ou encore 16,6 %. Voyons ce que cela donne avec nos deux exemples précédents.

- **1er exemple** : *quelle est la probabilité de choisir au hasard parmi tous les jours de la semaine un jour du weekend ?* Il y a 2 jours dans un weekend, 2 est donc le nombre d'évènements et il y a 7 jours dans la semaine. La probabilité de tirer un jour du weekend est donc de : 2 ÷ 7, soit 2/7. Sous forme décimale, la probabilité est de 0,285, sous forme de pourcentage, 28,5 %.
- **2^{e} exemple** : *un bocal contient 4 billes bleues, 5 billes rouges et 11 billes blanches. Une bille étant tirée au hasard, quelle est la probabilité pour que ce soit une rouge ?* Comme il y a 5 billes rouges, le nombre d'évènements est 5 et il y a 20 billes. La probabilité de tirer une bille rouge et de : 5 ÷ 20, soit 1/4. Sous forme décimale, la probabilité est de 0,25, sous forme de pourcentage, 25 %.

4.



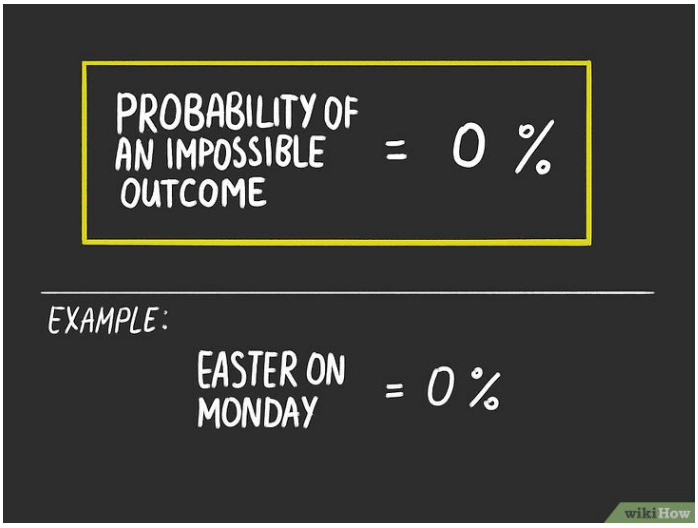
4

Additionnez les probabilités de tous les évènements possibles. Vous devez obtenir 1. Dans ce cas très précis, c'est le résultat auquel vous devez parvenir ou 100 % si vous travaillez avec des pourcentages. Si vous n'arrivez pas à ce résultat, c'est que vous êtes trompé quelque part ou que vous avez oublié un évènement possible. Vérifiez que vous n'avez rien oublié en cours de route et refaites votre somme.

- Ainsi, la probabilité de faire un 3 avec un dé est de 1/6. Plus loin, la probabilité de faire un des autres chiffres est également de 1/6, ce qui donne : 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 6/6, soit 100 %.

Note ! Supposons que, dans vos calculs, vous avez oublié la probabilité du chiffre 4, vous allez obtenir, non pas 6/6, mais 5/6, soit 83 % : assurément, il y a une erreur !

5.



5

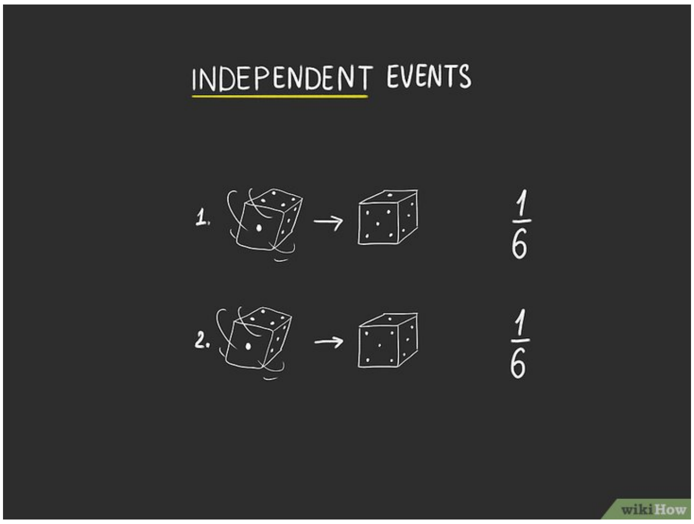
Représentez la probabilité d'un évènement par 0. Une telle probabilité n'existe que dans les cas où un évènement précis n'a absolument aucune chance de se produire. Cela peut sembler absurde dans certains cas, mais il arrive que l'évènement étudié soit quand même pertinent.

- Ainsi, si vous aviez à calculer la probabilité que la fête de Pâques tombe un lundi en 2020, celle-ci serait de 0, puisque Pâques tombe toujours… un dimanche.

Méthode 2

Calculer la probabilité d'évènements multiples

1.

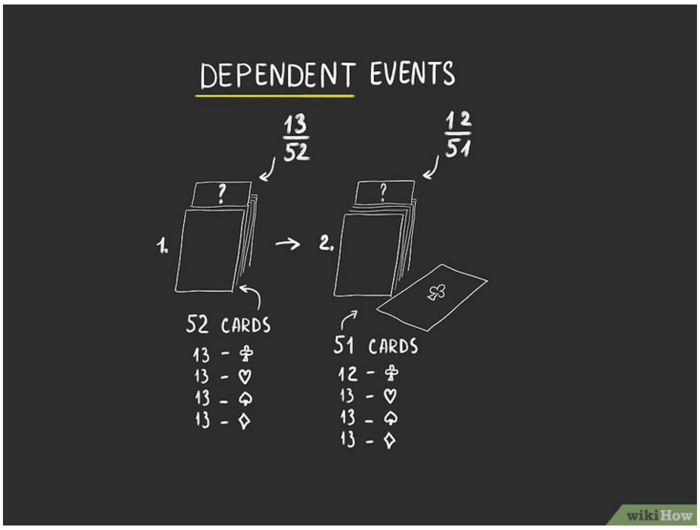


1

Décomposez le problème en différents calculs de probabilités séparées. Dans le cas d'évènements successifs, il faut établir les probabilités évènement par évènement. Supposons que vous vouliez connaitre la probabilité d'obtenir deux 5 d'affilée avec un seul dé, toujours à six faces. Vous savez que la probabilité d'obtenir un 5 au premier lancer est de 1/6 et la probabilité d'obtenir un autre 5 au lancer suivant est exactement la même, soit 1/6. Vous comprenez aisément que le premier lancer n'a absolument aucune influence sur le second.

Note ! Ces lancers successifs pour obtenir un 5 sont considérés comme des évènements indépendants, car aucun lancer ne va modifier le ou les suivants.

2.



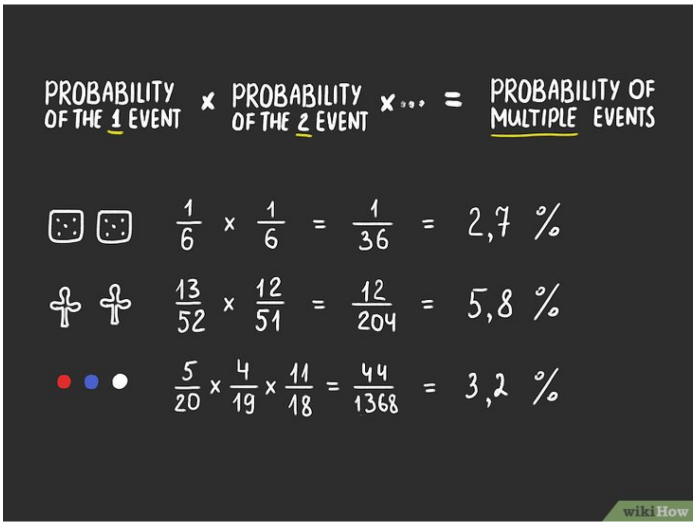
2

Tenez compte de l'évènement premier en cas d'évènements dépendants. Si le résultat d'un évènement conditionne ou modifie celui du second évènement, vous êtes dans le cas d'*évènements dépendants*. Supposons que vous tiriez au sort et successivement, 2 cartes dans un jeu classique de 52 cartes. Le fait de tirer une première va automatiquement affecter la probabilité de sortie de la seconde carte. Ici, la probabilité de sortie de cette dernière se fera non par rapport aux 52 cartes du jeu complet, mais par rapport à 51, étant donné qu'une première carte a été tirée et n'a pas été remise dans le tas.

- **1er exemple** : *deux cartes sont tirées successivement au hasard dans un jeu complet de 52 cartes. Quelle est la probabilité que les deux cartes tirées soient des trèfles ?* La probabilité que la première carte soit un trèfle est de 13/52, soit 1/4, car il y a 13 trèfles dans un jeu de 52 cartes.
    - À présent, la probabilité que la seconde carte soit aussi un trèfle est de 12/51, si un trèfle est sorti au premier tirage. Comme vous le voyez, le second tirage est affecté par le premier. Si vous tirez une première fois le 3 de trèfle et que vous ne remettez pas la carte dans le jeu, il y a une carte de moins (plus que 51 cartes) et un trèfle de moins (plus que 12).

- **2^e^ exemple** : *un bocal contient 4 billes bleues, 5 billes rouges et 11 billes blanches. Si l'on tire 3 billes au hasard, successivement et sans les remettre dans le bocal, quelle est la probabilité que la première bille soit rouge, la deuxième bleue et la dernière blanche ?*
  - La probabilité que la première bille soit rouge est de 5/20, soit 1/4. La probabilité que la deuxième bille soit bleue est de 4/19, puisqu'il y a une bille de moins, mais pas moins de billes bleues. Quant à la probabilité que la troisième bille soit blanche, elle est de 11/18, puisque deux billes ont déjà été tirées (20 - 2) et toutes les billes blanches sont encore dans le bocal.

3.



3

Multipliez les probabilités de chaque évènement indépendant. Peu importe que vous ayez des variables dépendantes ou indépendantes, que vous ayez 2, 3, voire 10 résultats possibles, pour calculer la probabilité d'évènements indépendants consécutifs, vous devez multiplier entre elles les probabilités de chacun des évènements. Cela ne concerne que les évènements consécutifs qui se déroulent **les uns après les autres**. Prenons un exemple concret : *quelle est la probabilité de faire deux 5 consécutifs avec un dé à six faces ?* Ici, la probabilité est celle d'évènements indépendants, soit 1/6 pour chacun des deux lancers, ce qui donne : 1/6 x 1/6 = 1/36. Sous forme décimale, la probabilité est de 0,027, sous forme de pourcentage, 2,7 %.

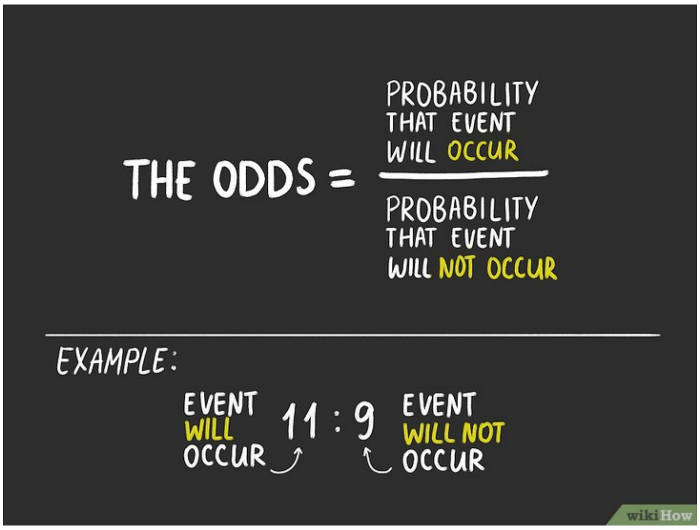
- **1^er^ exemple** : *deux cartes sont tirées au hasard dans un jeu de cartes. Quelle est la probabilité que les deux cartes soient des trèfles ?* La probabilité que la première carte soit un trèfle est de 13/52 et la probabilité pour la seconde carte est de 12/51, tout cela a été vu précédemment. La probabilité de tirer deux trèfles est donc de : 13/52 x 12/51 = 156/2652, soit 12/204 ou 1/17. Sous forme décimale, la probabilité est de 0,058, sous forme de pourcentage, 5,8 %.
- **2^e^ exemple** : *un bocal contient 4 billes bleues, 5 billes rouges et 11 billes blanches. Trois billes étant tirées au hasard, successivement et sans les remettre dans le bocal, quelle est la probabilité que la première bille soit rouge, la deuxième bleue et la troisième blanche ?* Comme cela a été établi précédemment, la probabilité pour la première bille est de 5/20, celle pour la

seconde est 4/19 et celle pour la dernière bille est de 11/18. La probabilité d'obtenir le tirage rouge-bleu-blanc, dans cet ordre, est donc de : 5/20 x 4/19 x 11/18 = 20/6840, soit 44/1368 ou 0,032. En pourcentage, cela donne 3,2 %.

Méthode 3

Convertir une cote en probabilité

1.

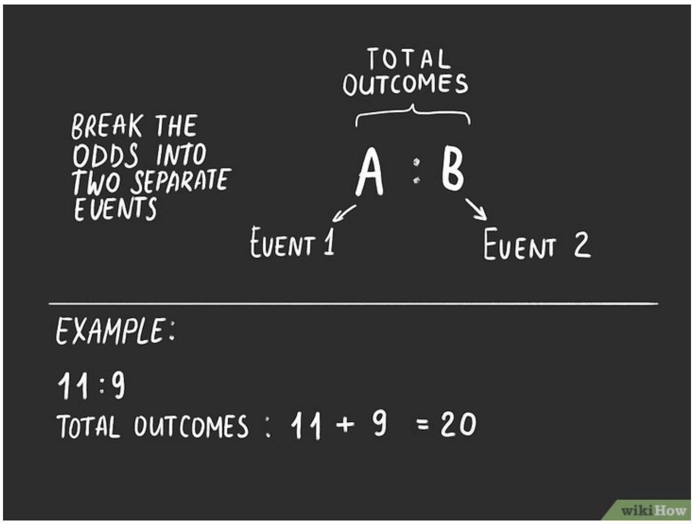


1

Pensez les cotes comme des rapports. En numérateur, vous mettrez le nombre de résultats favorables d'une situation. Reprenons l'exemple des billes de couleur. Supposons que vous vouliez savoir quelle est la probabilité de tirer une bille blanche dans un bocal de 20 billes, dont 11 sont blanches. La cote de « tirer une bille blanche » est le rapport de la probabilité que cela arrive sur la probabilité que cela n'arrive pas. Étant donné qu'il y a 11 billes blanches et 9 d'une autre couleur, la cote choisie ici s'écrit comme suit : 11 : 9 ou 11/9.

- Le nombre 11 représente la possibilité de tirer une bille blanche et le chiffre 9, celle de tirer une bille d'une autre couleur, d'où le rapport de 11 à 9.
- La cote concerne ici la chance que vous avez de tirer une bille blanche.

2.

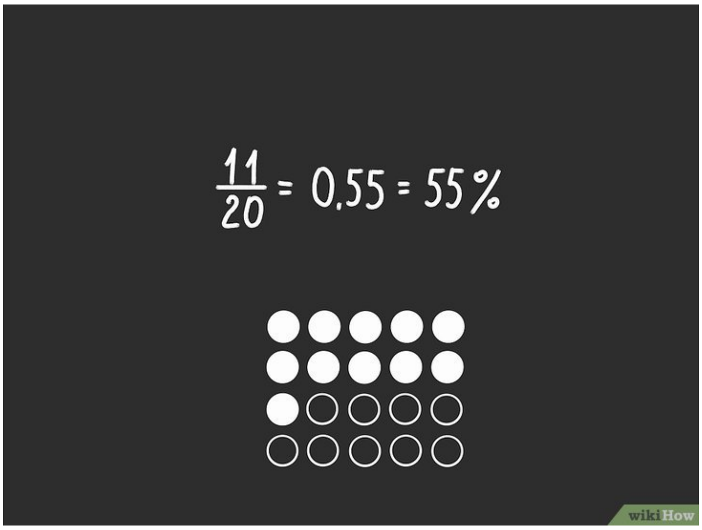


2

Ajoutez les possibilités pour convertir les cotes en probabilité. La conversion de cotes est assez simple. Séparez la cote en deux évènements distincts : ici, la cote de tirer une bille blanche (11) et la cote de tirer une bille d'une autre couleur (9). Ajoutez ces deux valeurs pour obtenir le nombre de résultats. Inscrivez ce dernier en dénominateur de la possibilité qu'un évènement précis se produise.

- Vous avez 11 chances de tirer une bille blanche et 9 chances de tirer une bille d'une autre couleur. Le nombre total de résultats est : 11 + 9, soit 20.

3.



3

Calculez les probabilités d'un évènement élémentaire. Vous êtes en effet dans ce cas-là. Vous avez 20 possibilités de tirage et 11 le sont de tirer une bille blanche. La probabilité de tirer une bille blanche est donc devenue la probabilité d'un évènement élémentaire. Divisez 11 (nombre de résultats favorables) par 20 (nombre total de résultats possibles) et vous aurez votre probabilité.

    - Dans notre exemple, la probabilité de tirer une bille blanche est de 11/20. Si vous faites la division, cela donne : 11 ÷ 20 = 0,55, soit 55 %.

Conseils

- Les mathématiciens utilisent une expression plus pointue, celle de « fréquence relative » d'un évènement. C'est le rapport des occurrences de l'évènement sur le nombre total d'observations. Si ce dernier est faible, alors la probabilité n'est qu'une fréquence relative. Ainsi, si vous lancez 100 fois une pièce, il est **probable** que vous n'obtiendrez pas 50 piles et 50 faces. Ce n'est qu'au bout de très nombreuses observations que la fréquence relative rejoindra la probabilité.
- La probabilité d'un évènement est toujours une valeur positive. Si vous vous retrouvez avec une probabilité négative, c'est que vous vous êtes trompé quelque part.
- Les probabilités peuvent s'écrire de différentes façons : sous forme de fractions, de chiffres décimaux, de pourcentages ou d'un rapport sur 10 (2 : 10).
- Lors de paris, au tiercé ou au loto sportif, les cotes d'un cheval, d'un club… sont données à « tant contre tant », par exemple, tel cheval est donné à 25 contre 1 (25/1). Cela signifie que pour une chance qu'il gagne la course, il y a dans le même temps 25 risques qu'il la perde : c'est ce que l'on appelle une « grosse cote ». Ce n'est pas simple à comprendre au premier abord, mais si vous voulez gagner, il va vous falloir intégrer cette notion de probabilité.